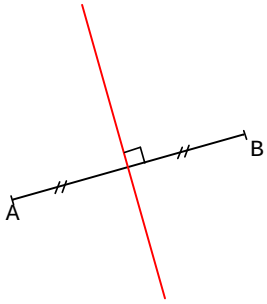
TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE

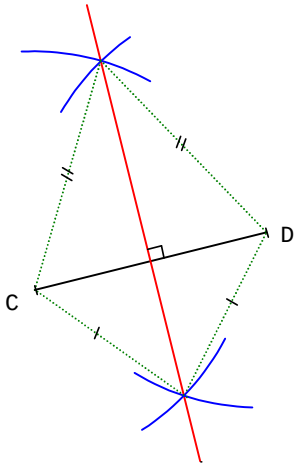
I. RECAPITULATIF SUR LES DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE

1) MEDIATRICES

A) DEFINITION

La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.



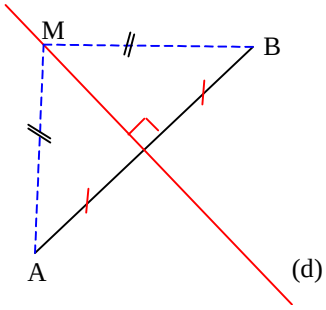


B) PROPRIETES

Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Données :
- La droite (d) est la médiatrice du segment [AB].
- M est un point de (d).

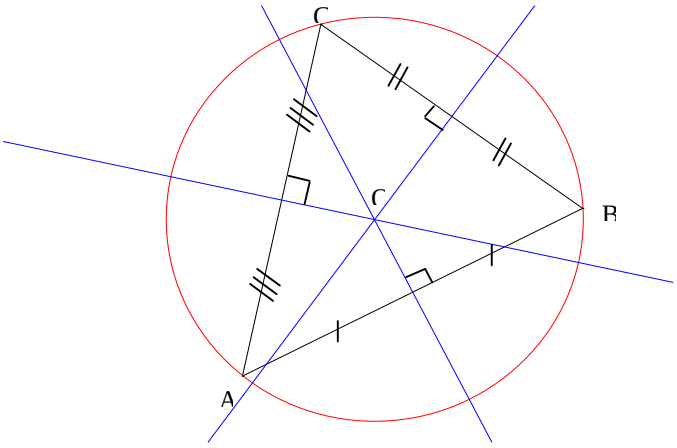
Conclusion :
- MA = MB



Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il sur la médiatrice de ce segment.

C) CERCLE CIRCONSCRIT A UN TRIANGLE

Dans un triangle, les trois médiatrices sont **concourantes** (c'est-à-dire qu'elles se coupent en un seul point). Le point de concours est le **centre du cercle circonscrit** au triangle.

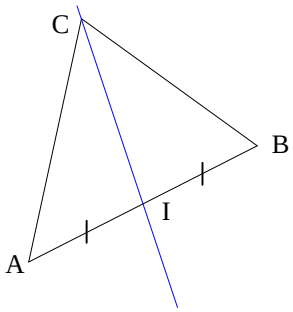


O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) MEDIANES

A) DEFINITION

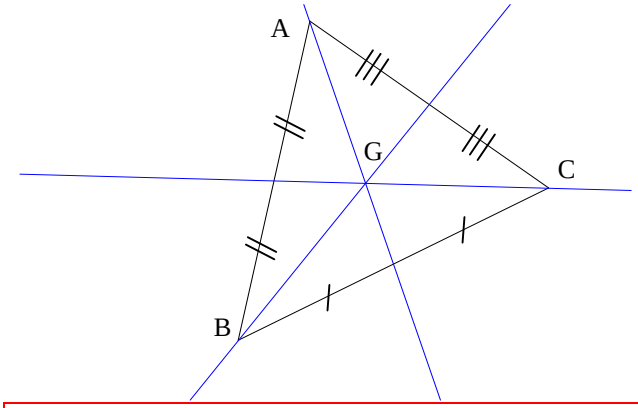
Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.



(CI) est la médiane issue de C du triangle ABC.

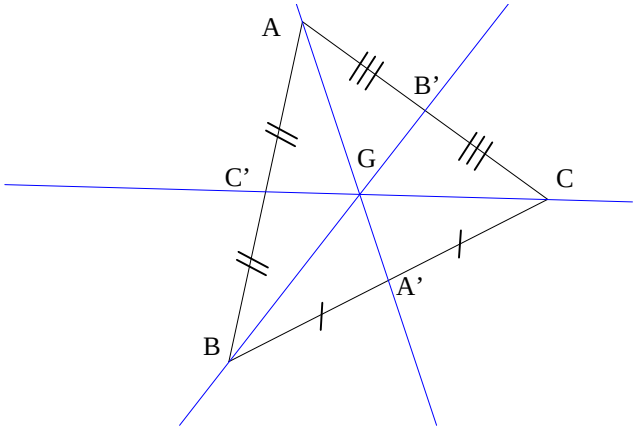
B) PROPRIETES

Dans un triangle, les trois médianes sont **concourantes**. Le point de concours est le **centre de gravité** du triangle.



G est le centre de gravité du triangle ABC.

Le **centre de gravité** d'un triangle se situe aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane en partant du sommet.



$AG = \frac{2}{3} AA'$

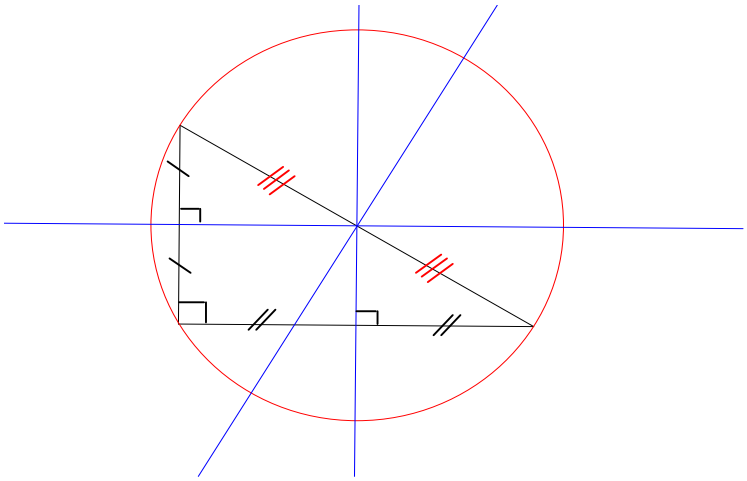
$BG = \frac{2}{3} BB'$

$CG = \frac{2}{3} CC'$

II. CENTRE DU CERCLE CIRCONSCRIT

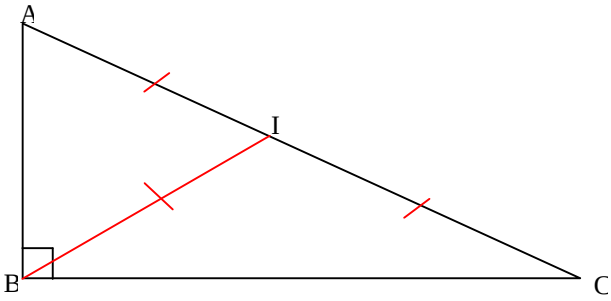
1) PROPRIETE

Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit se situe au milieu de l'hypoténuse.



2) CONSEQUENCE

Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



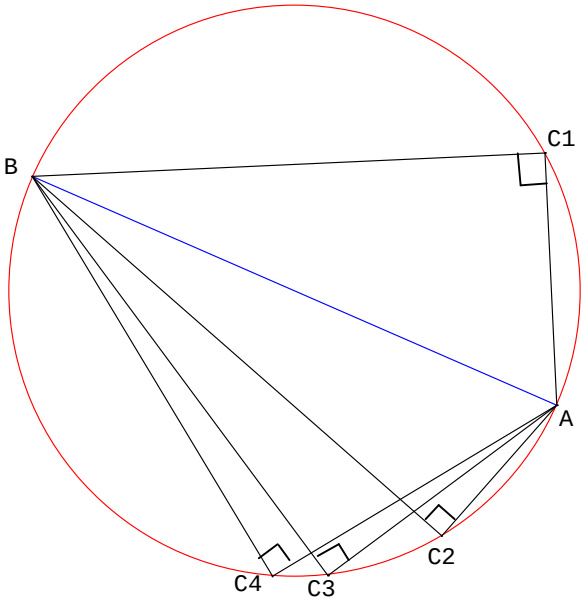
[BI] est la médiane du triangle rectangle ABC issue de l'angle droit B.

Donc : $BI = \frac{1}{2} AC$

III. PROPRIETES RECIPROQUES

1) PROPRIETE

Si un triangle a pour côté un diamètre d'un cercle et pour troisième sommet un point du même cercle, alors il est rectangle en ce point.



2) CONSEQUENCE

Si un triangle a une médiane dont la longueur est la moitié de celle de son côté relatif, alors le triangle est rectangle ; le côté relatif étant l'hypoténuse de ce triangle rectangle.

\