

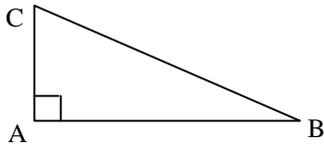
# THEOREME DE PYTHAGORE ET RECIPROQUE

## I. THEOREME DE PYTHAGORE

### 1) THEOREME

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Exemple :

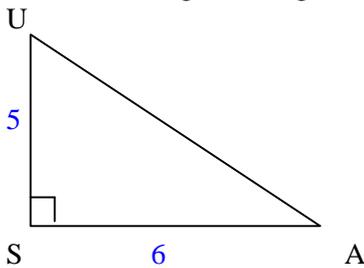


Dans le triangle ABC rectangle en A :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

### 2) METHODES

#### a) Pour calculer la longueur de l'hypoténuse

SUA est un triangle rectangle en S tel que  $SU = 5$  cm et  $SA = 6$  cm. Calculer AU (arrondir au mm).



Dans le triangle SUA rectangle en S, on utilise le théorème de Pythagore :

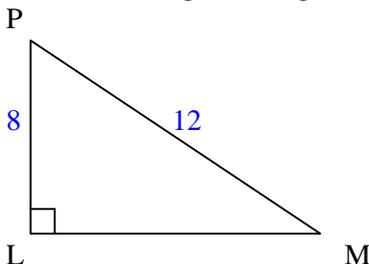
$$UA^2 = SU^2 + SA^2$$

$$UA^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$\text{Donc } UA = \sqrt{61} \approx 7,8 \text{ cm}$$

#### b) Pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

PLM est un triangle rectangle en L tel que  $PL = 8$  cm et  $PM = 12$  cm. Calculer ML à un millimètre près.



Dans le triangle PLM rectangle en L, on utilise le théorème de Pythagore :

$$PM^2 = PL^2 + LM^2$$

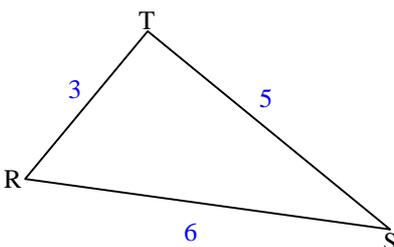
$$12^2 = 8^2 + LM^2$$

$$144 = 64 + LM^2$$

$$LM^2 = 144 - 64 = 80$$

$$\text{Donc } LM = \sqrt{80} \approx 8,9 \text{ cm}$$

#### c) Pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle



Le triangle RST est-il rectangle en T ?

Dans le triangle RST, [RS] est le plus long côté :

$$\textcircled{1} \begin{cases} \text{D'une part :} & \text{D'autre part :} \\ RT^2 + TS^2 = 3^2 + 5^2 & RS^2 = 6^2 = 36 \\ & = 9 + 25 = 34 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \text{Donc } RT^2 + TS^2 \neq RS^2, \text{ d'après le théorème de Pythagore, le} \\ \text{triangle RST ne peut pas être rectangle en T.} \end{cases}$$

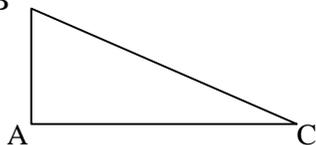
- 1 test de la formule
- 2 conclusion

## II. RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE

### 1) RECIPROQUE

**Si** dans un triangle, le carré de la longueur du plus long côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, **alors** ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus long côté.

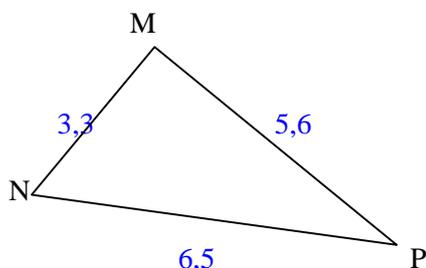
Exemple : B



Dans le triangle ABC : si  $BC^2 = AB^2 + AC^2$   
alors le triangle ABC est rectangle en A.

### 2) METHODES

Pour démontrer qu'un triangle est rectangle :



Le triangle MNP est-il rectangle en M ?

Dans le triangle MNP, [NP] est le plus long côté :

❶	{	D'une part :		D'autre part :
		$MN^2 + MP^2 = 3,3^2 + 5,6^2$ $= 42,25$		$NP^2 = 6,5^2 = 42,25$
❷	{	Donc $NP^2 = MN^2 + MP^2$ , d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle <u>MNP est rectangle en M.</u>		

❶ test de la formule

❷ conclusion