Proportionnalite

I. Situations de proportionnalite

1) Dans un tableau

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque l'on peut passer de l'une à l'autre par une multiplication par un nombre constant que l'on appelle le coefficient de proportionnalité.

Exemples :

2	3	5	10
4	6	10	20

$\times 2$

$\times 0{,}1$

10	5	0,3	1
1	0,5	0,03	0,1

Les nombres 2 et 0,1 sont des coefficients de proportionnalité.

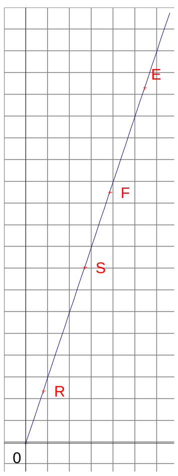
2) Sur un graphique

Les points d'un graphique représentant une situation de proportionnalité sont alignés sur une droite passant par l'origine du repère.

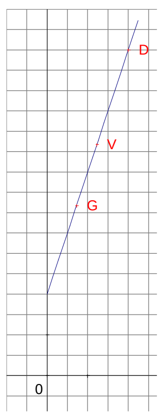
Réciproquement :

Un graphique représente une situation de proportionnalité lorsque c'est une droite passant par l'origine.

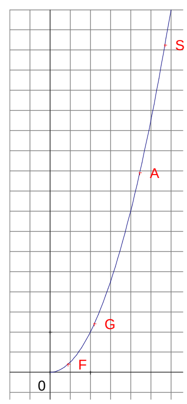
Exemples :



Les points sont alignés mais pas avec l'origine. Il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.



Les points sont alignés mais pas avec l'origine. Il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.



Les points ne sont pas alignés donc il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.

II. Produit en croix

Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont égaux, c'est-à-dire :

Si a, b, c et d sont quatre nombres tels que $\begin{array}{|c|c|}\hline a & c \\ \hline b & d \\ \hline\end{array}$ est un tableau de proportionnalité, alors $a \times d = c \times b$.

Exemple : Dans le tableau de proportionnalité suivant :
$3 \times 10 = 5 \times 6$

2	3	5	10
4	6	10	20

Application aux fractions :

Soient a, b, c et d quatre nombres relatifs avec b et d non nuls, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ revient à dire que $a \times d = c \times b$.

Exemple : Calculer x sachant que $\frac{x}{7} = \frac{3}{2}$.
D'après la propriété des produites en croix, on peut dire que $x \times 2 = 7 \times 3$.
$2x = 21$ donc $x = 21 : 2 = 10,5$.

Ou : $\frac{x}{7} = \frac{3}{2}$ et $x = \frac{7 \times 3}{2} = 10,5$

III. EXEMPLES DE PROPORTIONNALITE

1) POURCENTAGES

Problème	Formule	Exemple
Calculer 25% d'un nombre x	$\frac{25}{100} \times x$	*A une élection, un candidat a reçu 25% des 2564 suffrages. Combien a-t-il eu de voix ?* $\frac{25}{100} \times 2564 = 641$ voix
Augmenter un nombre x de 5%	$x + \frac{5}{100} \times x = \left(1 + \frac{5}{100}\right) \times x = 1,05 \times x$	*Un objet était vendu 24 €, il a augmenté de 5%, quel est son nouveau prix ?* $24 + \frac{5}{100} \times 24 = 25,20$ €
Réduire un nombre x de 20%	$x - \frac{20}{100} \times x = \left(1 - \frac{20}{100}\right) \times x = 0,8 \times x$	*Un vêtement est soldé de 20%,il était vendu 13 €, quel est son nouveau prix ?* $13 - \frac{20}{100} \times 13 = 10,40$ €

2) VITESSE

La vitesse exprime une relation de proportionnalité entre la distance parcourue et la durée du parcours, à condition que la vitesse soit toujours la même. On parle alors de vitesse constante ou de mouvement uniforme.

Dans ce cas, la relation entre la distance D, le temps T, et la vitesse V est $V = \frac{D}{T}$

D'autre part, on peut calculer la durée et la distance par les relations qui en découlent $T = \frac{D}{V}$ et $D = V \times T$

Exemple : *Une voiture a parcouru 290 km en 3h30min. Quelle fut sa vitesse moyenne ?*
3h30min = 3,5h
$v = \frac{290}{3,5} \approx 83$ km/h (ou km.h^{-1})

La voiture a pu parfois rouler à 50 km/h, parfois à 90 km/h sur certaines portions du trajet.

Conversion : *Un piéton a une vitesse moyenne de 3,4 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne en m/s (ou m.s^{-1}) ?*
3,4 km = 3400 m et 1h = 3600 s
$\boxed{v = 3,4 \times 1000 \div 3600 = 0,9 \text{ m/s}}$