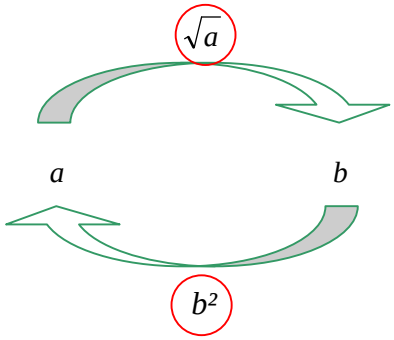
RACINE CARREE

I. DEFINITION ET PROPRIETES

1) DEFINITION

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif b tel que $b^2 = a$.



Exemples :

- $10^2 = 100$ donc $\sqrt{100} = 10$
- $\sqrt{0} = 0$

Remarques :

- $5^2 = 25$ et $(-5)^2 = 25$: on choisit toujours le nombre positif comme racine carrée, donc $\sqrt{25} = 5$.
- -1 n'a pas de racine carrée car on ne peut pas trouver de nombre qui mis au carré donne -1. De manière générale, on ne peut trouver la racine carrée d'un nombre négatif.

2) PROPRIETE

D'après la définition, si a est un nombre positif :

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ et $\sqrt{(a)^2} = a$

Exemples : $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ $\sqrt{(-3)^2} = -3$

3) OPERATIONS SUR LES RACINES CARREES :

Si a et b sont deux nombres positifs :

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ et $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$, si $b \neq 0$

Exemples : $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

$$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$$

Remarque : par contre, $\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$\sqrt{25}+\sqrt{9}=5+3=8$

$\sqrt{25+9}=\sqrt{36}=6$

II. METHODES

1) POUR SIMPLIFIER UNE RACINE CARREE

On appelle **carré parfait** les nombres dont la racine carrée est un nombre entier.

Exemples : les premiers carrés parfaits sont :

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$
$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$

On peut parfois simplifier l'écriture d'une racine carrée en la mettant sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont entiers avec b le plus petit possible.

Pour cela, on décompose le nombre sous la racine carrée en un produit de deux entiers dont l'un est le plus grand carré parfait possible.

Exemple :

$\sqrt{44}=\sqrt{4\times11}=\sqrt{4}\times\sqrt{11}=2\sqrt{11}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

$\sqrt{12}-5\sqrt{27}=\sqrt{4\times3}-5\sqrt{9\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}-5\sqrt{9}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}-5\times3\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}-15\sqrt{3}=-13\sqrt{3}$

2) POUR ENLEVER UNE RACINE CARREE AU DENOMINATEUR D'UNE FRACTION

Pour enlever une racine carrée au dénominateur d'une fraction, on multiplie son numérateur **et** son dénominateur par cette racine carrée.

Exemples :

$$\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{4\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{10}}{4\times5}=\frac{3\sqrt{10}}{20}$$

III. EQUATIONS $X^2 = A$

Soit a un nombre relatif, l'équation $x^2 = a$ d'inconnue x :

- n'admet aucune solution si $a < 0$
- admet une solution double $x = 0$ si $a = 0$
- admet deux solutions distinctes $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$ si $a > 0$

Exemples :

- L'équation $x^2 = -3$ n'a pas de solution car $-3 < 0$
- L'équation $x^2 = 3$ admet deux solutions : $x = \sqrt{3}$ et $x = -\sqrt{3}$